

Corrigés: Systèmes d'équations

Exercice 10

$$a) \begin{cases} \underline{3x} - 8y = 49 & (1) \\ \underline{10x} + \underline{4y} = 10 & (2) \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{cases} 3x - 8y = 49 \\ 20x + 8y = 20 \end{cases}$$
$$+ \quad \quad \quad 23x = 69 \Leftrightarrow x = \frac{69}{23} = 3$$

remplacer x dans (1) par la valeur y :

$$\begin{array}{l|l} 3 \cdot 3 - 8y = 49 & \\ 9 - 8y = 49 & -9 \\ -8y = 40 & : (-8) \\ y = -5 & \end{array} \quad S = \{(3; -5)\}$$

$$b) \begin{cases} \underline{12x} - 5y = 45 & (1) \\ \underline{8x} + 7y = -1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot (-3) \end{matrix}} \begin{cases} 24x - 10y = 90 \\ -24x - 21y = 3 \end{cases}$$
$$+ \quad \quad \quad -31y = 93 \Leftrightarrow y = -\frac{93}{31} = -3$$

remplacer y dans (1) par la valeur x :

$$\begin{array}{l|l} 12x - 5 \cdot (-3) = 45 & \\ 12x + 15 = 45 & -15 \\ 12x = 30 & : 12 \\ x = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} & \end{array} \quad S = \left\{ \left(\frac{5}{2}; -3 \right) \right\}$$

$$c) \begin{cases} \underline{2x} + 11y = 5 & (1) \\ \underline{2x} + 6y = 0 & (2) \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} 2x + 11y = 5 & CL \\ 2x + 11 = 5 & -11 \\ 2x = -6 & : 2 \\ x = -3 & \end{cases} \quad S = \{(-3; 1)\}$$
$$5y = 5 \Leftrightarrow y = 1$$

Exercice 12 (suite)

$$d) \begin{cases} 2x + 3y = 7 & (1) \\ 30x - 12y = 67 & (2) \end{cases} \quad \cdot 4 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 12y = 28 \\ 30x - 12y = 67 \end{cases}$$

$$+ \quad \quad \quad 38x = 95 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{95}{38} = \frac{5}{2}$$

On remplace x dans (1):

$$\begin{array}{l|l} 2 \cdot \frac{5}{2} + 3y = 7 & \text{CL} \\ 5 + 3y = 7 & -5 \\ 3y = 2 & :3 \\ y = \frac{2}{3} & \end{array} \quad S = \left\{ \left(\frac{5}{2}; \frac{2}{3} \right) \right\}$$

$$e) \begin{cases} 6x - 3y = -9 & (1) \\ 8x - y = 0 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -9 \\ 8x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3 \cdot 8x = -9 \\ y = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 24x = -9 \\ y = 8x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -18x = -9 \\ y = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9}{-18} = \frac{1}{2} \\ y = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \end{cases} \quad S = \left\{ \left(\frac{1}{2}; 4 \right) \right\}$$

$$f) \begin{cases} 4x + y = 26 & (1) \\ 7x - 8y = 13 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - 4x \\ 7x - 8y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - 4x \\ 7x - 8(26 - 4x) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 26 - 4x \\ 7x - 208 + 32x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - 4x \\ 39x = 221 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - 4 \cdot \frac{17}{3} = \frac{78}{3} - \frac{68}{3} = \frac{10}{3} \\ x = \frac{221}{39} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{17}{3}; \frac{10}{3} \right) \right\}$$

Exercice 11

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot (-1) \end{array} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ -4x + 6y = -10 \end{cases}$$

$$+ \quad \quad \quad 0 = 0$$

isoler y :

$$6y = 4x - 10$$

$$y = \frac{4x - 10}{6} = \frac{2(2x - 5)}{6} = \frac{2x - 5}{3}$$

$$S = \left\{ \left(x; \frac{2x - 5}{3} \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$$

Exercice 11 (suite)

$$b) \begin{cases} 6x + y = -4 \\ 2x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6x - 4 \\ 2x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6x - 4 \\ 2x + 5(-6x - 4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6x - 4 \\ 2x - 30x - 20 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = -6x - 4 \\ -28x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6x - 4 \\ x = \frac{-30}{28} = -\frac{15}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6 \cdot \left(-\frac{15}{14}\right) - 4 = \frac{45}{7} - \frac{28}{7} = \frac{17}{7} \\ x = -\frac{15}{14} \end{cases} \quad S = \left\{ \left(-\frac{15}{14}, \frac{17}{7}\right) \right\}$$

c) $\begin{cases} \frac{3}{2}x + y = -2 \\ -6x - 4y = 8 \end{cases} \cdot 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 4y = -8 \\ -6x - 4y = 8 \end{cases}$ isoler la y :

$$+ \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$0 = 0$$

$$y = -\frac{3}{2}x - 2$$

$$S = \left\{ \left(x; -\frac{3}{2}x - 2 \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$$

$$d) \begin{cases} 7x - 3y = -5 \\ 14x - 6y = 2 \end{cases} \quad | \cdot (-2) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -14x + 6y = 10 \\ 14x - 6y = 2 \end{cases}$$

$$+ \quad \underline{\hspace{10em}} \quad \quad \quad 0 = 12 \quad \text{faux} \quad S = \emptyset$$

$$e) \begin{cases} 2x + 2y = -6 & |:2 \\ 3x + 3y = 3 & |:3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$0 = -4 \quad \text{faux} \quad S = \emptyset$$

f) $\begin{cases} x+y=9 \\ 4x-5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y+9 \\ 4x-5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y+9 \\ 4(-y+9)-5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y+9 \\ -4y+36-5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x=-y+9 \\ -9y=-34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y+9 \\ y=\frac{34}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{34}{9}+9=\frac{-34+81}{9}=\frac{47}{9} \\ y=\frac{34}{9} \end{cases}$

$S = \left\{ \left(\frac{47}{9}; \frac{34}{9} \right) \right\}$

Exercise 12

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \begin{cases} 6(x+y+2) + 13x = 98 \\ x+y+2 = 6x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 6y + 12 + 13x = 98 \\ -5x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 \begin{cases} 19x + 6y = 86 \\ y = 5x - 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 19x + 6(5x-2) = 86 \\ y = 5x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x + 30x - 12 = 86 \\ y = 5x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 \begin{cases} 49x = 98 \\ y = 5x - 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \cdot 2 - 2 = 10 - 2 = 8 \end{cases} \quad S = \{ (2; 8) \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} 6(x+y) + 7(x-y) - 19 = 0 \\ (x+y) - 4(x-y) + 2 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 6y + 7x - 7y = 19 \\ x + y - 4x + 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x - y = 19 \\ -3x + 5y = -2 \end{cases} \\
 \begin{cases} 13x - 19 = y \\ -3x + 5(13x - 19) = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 13x - 19 \\ -3x + 65x - 95 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 13x - 19 \\ 62x = 93 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 \begin{cases} y = 13 \cdot \frac{3}{2} - 19 = \frac{39}{2} - \frac{38}{2} = \frac{1}{2} \\ x = \frac{93}{62} = \frac{3}{2} \end{cases} &\quad S = \left\{ \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \begin{cases} 4(x-7) + 9y = 80 \\ 2(x-7) = \frac{11}{2}y \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 28 + 9y = 80 \\ 2x - 14 = \frac{11}{2}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 9y = 108 \\ 4x - 28 = 11y \end{cases} \Leftrightarrow \\
 \begin{cases} 4x + 9y = 108 \\ 4x - 11y = 28 \end{cases} &\quad \begin{aligned} 4x + 9 \cdot 4 &= 108 \\ 4x + 36 &= 108 \end{aligned} \quad S = \{ (18; 4) \} \\
 \hline &20y = 80 \Leftrightarrow y = 4 \quad 4x = 72 \Leftrightarrow x = \frac{72}{4} = 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \begin{cases} (x+2)(y-3) = xy \\ xy + 15 = (x+3)(y+2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{xy} + 2y - 3x - 6 = \cancel{xy} \\ \cancel{xy} + 15 = \cancel{xy} + 3y + 2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 2y = 6 \quad | \cdot 3 \\ -2x - 3y = -9 \quad | \cdot 2 \end{cases} \\
 \begin{cases} -9x + 6y = 18 \\ -4x - 6y = -18 \end{cases} &\quad \begin{aligned} -9 \cdot 0 + 6y &= 18 \\ 6y &= 18 \Leftrightarrow y = 3 \end{aligned} \quad S = \{ (0; 3) \} \\
 + &\quad \begin{aligned} -13x &= 0 \Rightarrow x = 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \begin{cases} (x+5)(y+7) = (x+1)(y-9) + 112 \\ 2(x+5) = 3y+1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{xy} + 5y + 7x + 35 = \cancel{xy} + y - 9x - 9 + 112 \\ 2x + 10 = 3y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x + 4y = 68 \quad | \cdot 3 \\ 2x - 3y = -9 \quad | \cdot 4 \end{cases} \\
 \begin{cases} 48x + 12y = 204 \\ 8x - 12y = -36 \end{cases} &\quad \begin{aligned} 8 \cdot 3 - 12y &= -36 \\ 24 - 12y &= -36 \Leftrightarrow -12y = -60 \Leftrightarrow y = 5 \end{aligned} \\
 + &\quad \begin{aligned} 56x &= 168 \Leftrightarrow x = \frac{168}{56} = 3 \end{aligned} \quad S = \{ (3; 5) \}
 \end{aligned}$$

Exercice 13

Soit x le nombre de kilos de cacahuètes

Soit y le nombre de kilos de noix de cajou

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 6x+16y=60 \cdot 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=60 \\ 6x+16y=600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+60 \\ 6x+16(-x+60)=600 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y=-x+60 \\ 6x-16x+960=600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+60 \\ -10x=-360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-36+60=24 \\ x=36 \end{cases}$$

$$S = \{(36, 24)\}$$

Il faudra 36 kilos de cacahuètes et 24 kilos de noix de cajou.

Exercice 14

Soit x le nombre de canapés.

Soit y le nombre de fauteuils.

$$\begin{cases} 8x+6y=340 \\ 120x+70y=4500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y=170 \\ 12x+7y=450 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} -12x-9y=-510 \\ 12x+7y=450 \end{cases}$$

$$8x+6 \cdot 30=340 \Leftrightarrow 8x+180=340 \Leftrightarrow$$

$$8x=160 \Leftrightarrow x=20$$

$$S = \{(20; 30)\}$$

On peut fabriquer 20 canapés et 30 fauteuils.

Exercice 15

Soit x le nombre de pots de confiture de 500g

$$6\text{kg} = 6000\text{g}$$

Soit y le nombre de pots de confiture de 375g

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 500x+375y=6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-y \\ 500(14-y)+375y=6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-y \\ 7000-500y+375y=6000 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=14-y \\ -125y=-1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=14-8=6 \\ y=8 \end{cases} \quad S = \{(6; 8)\}$$

Il y a 6 pots de 500g et 8 pots de 375g

Exercice 16

Soit x le nombre de chameaux (2 bosses)

Soit y le nombre de dromadaires (1 bosse)

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=13 \end{cases} \quad 3+y=10 \Leftrightarrow y=7 \quad S=\{(3;7)\}$$
$$\begin{array}{r} - \\ -x \quad = -3 \end{array} \Leftrightarrow x=3$$

Il y a 3 chameaux et 7 dromadaires.

Exercice 17

Soit x la largeur du rectangle [cm]

Soit y la longueur du rectangle [cm]

$$\begin{cases} 2x+2y=60 \\ x \cdot y = (x-2)(y+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=30 \\ \cancel{x}y = \cancel{x}y - 2y + 5x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30-y \\ -5x+2y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} x=30-y \\ -5(30-y)+2y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30-y \\ -150+5y+2y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30-y \\ 7y=140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30-20=10 \\ y=20 \end{cases}$$
$$S=\{(10;20)\}$$

Les dimensions du rectangle sont 10cm et 20cm.

Exercice 18

Soit x le prix d'une rose [CHF]

Soit y le prix d'un iris [CHF]

$$\begin{cases} 3x+5y=14,50 \\ 7x+3y=16,50 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot 5 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x-15y=-43,5 \\ 35x+15y=82,5 \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} + \\ \hline 26x \quad = 39 \end{array} \Leftrightarrow x=1,5$$

$$3 \cdot 1,5 + 5y = 14,50 \Leftrightarrow 4,5 + 5y = 14,50 \Leftrightarrow 5y = 10 \Leftrightarrow y = 2 \quad S=\{(1,5;2)\}$$

Une rose coûte 1,50 CHF et un iris 2 CHF.

Exercise 19

Sol x l'âge de Thomas

Soit y l'âge de Luc

$$\begin{cases} x+y=34 \\ 2(x+1)=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=34-y \\ 2x+2=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=34-y \\ 2x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=34-y \\ 2(34-y)-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 34 - y \\ 68 - 2y - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 - y \\ -3y = -69 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 - 23 = 11 \\ y = 23 \end{cases} \quad S = \{(11, 23)\}$$

Thomas a 11 ans et Luc 23 ans.

Exercice 20

$$a) \begin{cases} x + \frac{2y}{3} = 7 \\ x - y = 2 \end{cases} \cdot 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{array}{rcl} 3x + 2y & = & 21 \\ 2x - 2y & = & 4 \\ \hline 5x & = & 25 \end{array} \Leftrightarrow x = 5$$

$$5 - y = 2 \Leftrightarrow y = 3 \quad S = \{(5; 3)\}$$

$$b) \left(\begin{array}{l} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} \\ 3x + \frac{y}{2} = 4 \end{array} \right) \cdot \begin{array}{l} 15 \\ 2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x-1) = 3(y-2) \\ 6x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 5 = 3y - 6 \\ 6x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 6x + y = 8 \end{cases} \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 18x + 3y = 24 \end{cases} \quad \begin{aligned} 3 \cdot 1 + \frac{y}{2} &= 4 \Leftrightarrow 3 + \frac{y}{2} = 4 \Leftrightarrow \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow y = 2 \\ S &= \{ (1; 2) \} \end{aligned}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 & \cdot 4 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 & \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-1) + y-2 = 4 \\ 2(x-3) - 3(y+2) = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2+y-2=4 \\ 2x-6-3y-6=-12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x+y=8 \\ 2x-3y=0 \end{cases} & \quad \frac{x-1}{2} + \frac{2-2}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = 1 \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3 \\ & \quad S = \{(3; 2)\} \\ - & \quad \hline & \quad 4y = 8 \Leftrightarrow y = 2 \end{aligned}$$

$$d) \begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}y = 35 \\ \frac{9}{10}x - \frac{7}{5}y + 17 = 0 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 20 \\ \cdot 10 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 16y = 700 \\ 9x - 14y = -170 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot (-5) \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 45x + 48y = 2100 \\ -45x + 70y = 850 \end{cases} \quad \begin{matrix} \frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \cdot 25 = 35 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 20 = 35 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15 \cdot 4}{3} = 20 \end{matrix}$$

$$+ \quad \underline{118y = 2950} \Leftrightarrow y = 25 \quad S = \frac{1}{2}(20; 25)$$

$$e) \begin{cases} 2x + \frac{2}{3}y = 44 \\ 3x - \frac{5}{6}y = 33 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot 6 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 132 \\ 18x - 5y = 198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 66 \\ 18x - 5y = 198 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 5 \\ \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 15x + 5y = 330 \\ 18x - 5y = 198 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2 \cdot 16 + \frac{2}{3}y = 44 \Leftrightarrow 32 + \frac{2}{3}y = 44 \Leftrightarrow \frac{2}{3}y = 12 \\ \Leftrightarrow y = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \end{matrix}$$

$$+ \quad \underline{33x = 528} \Leftrightarrow x = 16 \quad S = \frac{1}{2}(16; 18)$$

$$f) \begin{cases} \frac{9x}{4} = \frac{10y}{3} + 4 \\ \frac{11y}{5} = \frac{10x}{3} - 47 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 12 \\ \cdot 15 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 27x = 40y + 48 \\ 33y = 50x - 705 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{40y + 48}{27} \\ 33y = 50 \cdot \left(\frac{40y + 48}{27} \right) - 705 \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{40y + 48}{27} \\ 33y = \frac{2000y}{27} + \frac{2400}{27} - 705 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{40y + 48}{27} \\ 891y = 2000y + 2400 - 19035 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{40y + 48}{27} \\ -1109y = -16635 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{40 \cdot 15 + 48}{27} = \frac{600 + 48}{27} = \frac{648}{27} = 24 \\ y = 15 \end{cases} \quad S = \frac{1}{2}(24; 15)$$

Challenge 1

Soit l la longueur de la partie rectangulaire [m] $A_{\square} = l \cdot b$ $A_{\circ} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi$

Soit b la largeur de la partie rectangulaire [m] $P_{\circ} = b \cdot \pi$

$$\begin{matrix} \text{périmètre} \\ \text{aire} \end{matrix} \quad \begin{cases} 2l + b \cdot \pi = 12 \\ lb = 2 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = \frac{12 - b\pi}{2} \quad (1) \\ lb = \frac{1}{2} b^2 \cdot \pi \quad (2) \end{cases}$$

Substitue (1) dans (2)

$$\left(\frac{12 - b\pi}{2} \right) \cdot b = \frac{b^2 \cdot \pi}{2} \quad | \cdot 2$$

Challenge 1 (suite)

$$\begin{array}{l|l} (12 - b\pi) \cdot b = b^2 \pi & CL \\ 12b - b^2 \pi = b^2 \pi & -b^2 \pi \\ 12b - 2b^2 \pi = 0 & \text{factorisation} \end{array}$$

$$2b(6 - b\pi) = 0$$

$$\begin{array}{l|l} b = 0 & \text{ou} \\ \text{à exclure} & 6 - b\pi = 0 \\ & 6 = b\pi \\ & : \pi \\ & b = \frac{6}{\pi} \approx 1,91 \end{array}$$

remplacer b dans (1)

$$l = \frac{12 - b\pi}{2} = \frac{12 - \frac{6}{\pi} \cdot \pi}{2} = \frac{12 - 6}{2} = 3 \quad S = \left\{ \left(3; \frac{6}{\pi} \right) \right\}$$

La longueur de la table mesure 3m et sa largeur $\approx 1,91$ m.

Challenge 2

Soit x le débit de A [ℓ/min]

$$2h = 120 \text{ min}$$

Soit y le débit de B [ℓ/min]

$$1,5h = 90 \text{ min}$$

$$\begin{array}{l} 12\text{m} = 120\text{dm} \\ \begin{array}{|l} 5\text{m} = 50\text{dm} \\ 4,5\text{m} = 45\text{dm} \end{array} \\ 1\ell = 1\text{dm}^3 \end{array}$$

$$V = 120 \cdot 50 \cdot h = 6000h \text{ dm}^3 = 6000h \text{ litres}$$

$$1,28\text{m} = 12,8\text{dm}$$

$$\begin{cases} 120x + 90y = 6000 \cdot 12,8 \\ 90x + 120y = 6000 \cdot 12,65 \end{cases}$$

$$1,205\text{m} = 12,05\text{dm}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 120x + 90y = 76800 \\ 90x + 120y = 72300 \end{cases} \begin{array}{l} :30 \\ \Leftrightarrow \\ :30 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 2560 \\ 3x + 4y = 2410 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot (-4) \end{array} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 12x + 9y = 7680 \\ -12x - 16y = -9640 \end{cases}$$

$$120x + 96 \cdot 280 = 76800$$

$$120x + 25200 = 76800$$

$$+ \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad -7y = -1960 \quad \Leftrightarrow \quad y = 280$$

$$120x = 51600$$

$$x = 430$$

$$S = \{ (430; 280) \}$$

Le conduit A a un débit de 430 ℓ/min et le conduit B de 280 ℓ/min .

$$c) \begin{cases} 5x + 2z = 1 & (1) \\ y - 3z = 2 & (2) \\ 2x + y = 3 & (3) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} y - 3z = 2 \\ -5y + 4z = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3z + 2 \\ -5(3z + 2) + 4z = -13 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3z + 2 \\ -15z - 10 + 4z = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3z + 2 \\ -11z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \cdot \frac{3}{11} + 2 = \frac{9}{11} + 2 = \frac{9}{11} + \frac{22}{11} = \frac{31}{11} \\ z = \frac{3}{11} \end{cases}$$

remplacer y et z dans (1):

$$5x + 2 \cdot \frac{3}{11} = 1$$

$$5x + \frac{6}{11} = 1$$

$$55x + 6 = 11$$

$$55x = 5$$

$$x = \frac{5}{55} = \frac{1}{11}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{11}; \frac{31}{11}; \frac{3}{11} \right) \right\}$$

$$d) \begin{cases} 6x + 8y + 2z = -7 & (1) \\ 2x - 2y + 6z = 4 & (2) \\ -3x - 3y + z = 10 & (3) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) - 3(2) \\ (1) + 2(3) \end{matrix} \quad \begin{cases} 14y - 16z = -19 & (4) \\ 2y + 4z = 13 & (5) \end{cases} \cdot (-2)$$

$$\begin{cases} 14y - 16z = -19 \\ -14y - 28z = -26 \end{cases}$$

$$+ \quad \begin{array}{r} 14y - 16z = -19 \\ -14y - 28z = -26 \\ \hline -44z = -45 \end{array} \Leftrightarrow z = \frac{45}{44} = \frac{5}{2}$$

remplacer z dans (5):

$$2y + 10 \cdot \frac{5}{2} = 13$$

$$2y + 10 = 13$$

$$2y = 3 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$$

remplacer y et z dans (2):

$$2x - 2 \cdot \frac{3}{2} + 6 \cdot \frac{5}{2} = 4$$

$$2x - 3 + 15 = 4$$

$$2x = -8 \Leftrightarrow x = -4$$

$$S = \left\{ \left(-4; \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right) \right\}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 3y - z = 4 & (1) \\ 4x + z = 0 & (2) \\ 6y - 5z = 12 & (3) \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 6y - 5z = 12 & (4) \\ -2(1) + (2) \begin{cases} -6y + 3z = -8 & (5) \end{cases} \end{cases}$$

$$+ \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad -2z = 4 \Rightarrow z = -2$$

remplacer z dans (4)

$$6y - 5(-2) = 12$$

$$6y + 10 = 12$$

$$6y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}$$

remplacer y et z dans (2)

$$4x + (-2) = 0$$

$$4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -2 \right) \right\}$$

$$f) \begin{cases} 3x + 2y + 1z = 23 & (1) \\ 5x + 2y + 4z = 46 & (2) \\ 10x + 5y + 4z = 75 & (3) \end{cases} \quad (1)-(2) \begin{cases} -2x - 3z = -23 & (4) \\ 5(1) - 2(2) \begin{cases} -5x - 3z = -35 & (5) \end{cases} \end{cases}$$

$$- \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$$

remplacer x dans (4):

$$-2 \cdot 4 - 3z = -23$$

$$-8 - 3z = -23$$

$$-3z = -15 \Rightarrow z = 5$$

remplacer x et z dans (1):

$$3 \cdot 4 + 2y + 1 \cdot 5 = 23$$

$$12 + 2y + 5 = 23$$

$$2y + 17 = 23$$

$$2y = 6 \Leftrightarrow y = 3 \quad S = \{ (4; 3; 5) \}$$

Exercice 22

Soit x l'âge de Paul

il y a 1 année
 $x-1$

il y a 2 ans
 $x-2$

Soit y l'âge d'Emma

$y-1$

$y-2$

Soit z l'âge de Janine

$z-1$

$z-2$

$$\begin{cases} x-1 = 3y \\ z-2 = 2(y-2) \\ x+y+z = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y = 1 \\ z-2 = 2y-4 \\ x+y+z = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y = 1 & (1) \\ -2y+z = -2 & (2) \\ x+y+z = 23 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -2y+z = -2 \end{cases}$$

$$-2 \cdot 4 + z = -2 \Leftrightarrow -8 + z = -2 \Leftrightarrow z = 6$$

$$(3)-(1) \begin{cases} 4y+z = 22 \end{cases}$$

$$x+4+6 = 23 \Leftrightarrow x+10 = 23 \Leftrightarrow x = 13$$

$$-6y = -24 \Leftrightarrow y = 4$$

$$S = \{ (13; 4; 6) \}$$

Paul a 13 ans, Emma 4 ans et Janine 6 ans.

Exercice 23

Soit x le nombre de matchs gagnés

Soit y le nombre de match-nuls

Soit z le nombre de matchs perdus

$$\begin{cases} x+y+z=44 \\ x+y=3z \\ x=z+14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=44 & (1) \\ x+y-3z=0 & (2) \\ x-z=14 & (3) \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1)-(2) \quad 4z=44 \Leftrightarrow z=11 \\ x-11=14 \Leftrightarrow x=25 \end{array}$$

$$25+y-3 \cdot 11=0 \Leftrightarrow 25+y-33=0 \Leftrightarrow y-8=0 \Leftrightarrow y=8 \quad S=\{(25; 8; 11)\}$$

IP y a 25 victoires, 8 match-nuls et 11 défaites.

Exercice 24



Soit x la longueur du parallélépipède [cm]

Soit y la hauteur du parallélépipède [cm]

Soit z la profondeur du parallélépipède [cm]

$$\begin{cases} 4x+4y+4z=60 \\ x-2=y \\ z+2=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=15 & (1) \\ x-y=2 & (2) \\ -y+z=-2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} (3) \quad \begin{cases} -y+z=-2 \\ 2y+z=13 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{cases} -2y+2z=-4 \\ 2y+z=13 \end{cases} \\ (1)-(2) \quad \begin{cases} 2y+z=13 \\ 3z=9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} + \\ \hline \end{array} \quad \begin{cases} 3z=9 \Leftrightarrow z=3 \end{cases} \end{array}$$

$$-y+3=-2 \Leftrightarrow -y=-5 \Leftrightarrow y=5$$

$$x-5=2 \Leftrightarrow x=7 \quad S=\{(7; 5; 3)\}$$

Les arêtes mesurent 3 cm, 5 cm et 7 cm.

Exercice 25

Soit x le nombre de montées (prix: 4,50 CHF)

Soit y le nombre de descentes (prix: 3 CHF)

Soit z le nombre d'aller-retours (prix: 6 CHF)

$$\begin{cases} x + z = 680 & (1) \\ y + z = 520 & (2) \\ 4,5x + 3y + 6z = 3930 & (3) \end{cases} \quad \begin{array}{l} (2) \quad y + z = 520 \\ (3) - 4,5(1) \quad 3y + 1,5z = 870 \end{array} \quad \left| \cdot (-3) \right.$$

$$-3y - 3z = -1560$$

$$3y + 1,5z = 870$$

$$\hline -1,5z = -690 \Rightarrow z = 460$$

$$y + 460 = 520 \Leftrightarrow y = 60$$

$$x + 460 = 680 \Leftrightarrow x = 220$$

$$S = \{ (220; 60; 460) \}$$

Il y a eu 220 montées, 60 descentes et 460 aller-retours.

Challenge 3

$$a) \begin{cases} x+y+z+u = -3 & (1) \\ 2x+y+2z+u = -4 & (2) \\ -x+3y-z+2u = 0 & (3) \\ 3x+y-3z-3u = 9 & (4) \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot (1) - (2) : \\ (1) + (3) : \\ 3 \cdot (1) - (3) : \end{array} \begin{cases} y + u = -2 & (5) \\ 4y + 3u = -3 & (6) \\ 2y + 6z + 6u = -18 & (7) \end{cases}$$

$$4 \cdot (5) - (6) : \boxed{u = -5}$$

$$u \text{ dans } (5) : y + (-5) = -2 \Leftrightarrow \boxed{y = 3}$$

$$u \text{ et } y \text{ dans } (7) : 2 \cdot 3 + 6z + 6 \cdot (-5) = -18 \Leftrightarrow 6 + 6z - 30 = -18$$

$$\Leftrightarrow 6z = 6 \Leftrightarrow \boxed{z = 1}$$

$$u, y \text{ et } z \text{ dans } (1) : x + 3 + 1 - 5 = -3 \Leftrightarrow x - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{x = -2}$$

$$S = \{(-5; -2; 3; 1)\}$$

$$b) \begin{cases} 2x+y-z+u = 3 & (1) \\ x+3y+z-u = -4 & (2) \\ x+2y+2z-u = 1 & (3) \\ 2x+2y+2z+u = 5 & (4) \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1)-(4) : \\ (2)-(3) : \\ (1)-2(2) : \end{array} \begin{cases} -y-3z = -2 & (5) \\ y-z = -5 & (6) \\ -5y-3z+3u = 11 & (7) \end{cases}$$

$$(5)+(6) : -4z = -7 \Leftrightarrow \boxed{z = \frac{7}{4}}$$

$$y \text{ dans } (6) : y - \frac{7}{4} = -5 \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{7}{4} - 5 = \frac{7}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{13}{4}}$$

$$y \text{ et } z \text{ dans } (7) : -5 \cdot \left(-\frac{13}{4}\right) - 3 \cdot \frac{7}{4} + 3u = 11 \Leftrightarrow \frac{65}{4} - \frac{21}{4} + 3u = 11 \Leftrightarrow \frac{44}{4} + 3u = 11 \Leftrightarrow 3u = 0 \Leftrightarrow \boxed{u = 0}$$

$$y, z \text{ et } u \text{ dans } (1) : 2x - \frac{13}{4} - \frac{7}{4} + 0 = 3 \Leftrightarrow 2x - \frac{20}{4} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 + 3 \Leftrightarrow \boxed{x = 4}$$

$$S = \left\{ \left(4; -\frac{13}{4}; \frac{7}{4}; 0 \right) \right\}$$

Challenge 4

Soit x l'âge de la mère	^{il y a 2 ans} $x-2$	{	$x+y+z+u=100$
Soit y l'âge du père	$y-2$		$y=4z$
Soit z l'âge du fils	$z-2$		$y+z=x+u$
Soit u l'âge de la fille	$u-2$		$x-2=2((z-2)+(u-2))$

$$\begin{cases} x+y+z+u=100 \\ y=4z \\ y+z=x+u \\ x-2=2z+2u-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z+u=100 & (1) \\ y=4z & (2) \\ -x+y+z-u=0 & (3) \\ x-2z-2u=-6 & (4) \end{cases}$$

On remplace y par $4z$ dans (1) et (3)

$$\begin{cases} x+4z+z+u=100 \\ -x+4z+z-u=0 \\ x-2z-2u=-6 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x+5z+u=100 & (5) \\ -x+5z-u=0 & (6) \\ x-2z-2u=-6 & (4) \end{cases}$$

$$(5)+(6): 10z=100 \Leftrightarrow \boxed{z=10}$$

$$(6)+(4): 3z-3u=-6 \quad (7)$$

$$z \text{ dans (2)}: \boxed{y=4 \cdot 10=40}$$

$$z \text{ dans (7)}: 3 \cdot 10 - 3u = -6 \Leftrightarrow 30 - 3u = -6 \Leftrightarrow -3u = -36 \Leftrightarrow \boxed{u=12}$$

$$y, z \text{ et } u \text{ dans (1)}: x + 40 + 10 + 12 = 100 \Leftrightarrow \boxed{x=38}$$

$$S = \{(12; 38; 40; 10)\}$$

La mère a 38 ans, le père 40 ans, le fils 10 ans et la fille 12 ans.